

# 履歷書

2023년 7월 27일

*Alexander Stoimenov*

동국대학교 WISE캠퍼스  
38066 경상북도 경북 경주시 동대로 123  
사범교육대학 자연과학관 수학교육과  
e-mail: stoimeno@stoimenov.net,  
WWW: <http://stoimenov.net/stoimeno/homepage>  
010-4491-4241 (휴대폰)



- |                     |  |
|---------------------|--|
| 1974년 5월 20일        | 불가리아 Sofia 출생 (불가리아 국적)  |
| 1985년 8월            | 독일 Berlin 이주   |
| 1990년 6월 30일        | Berlin Carl-von-Ossietzky 고등학교 졸업  |
| 1990년 9월~ 1995년 9월  | Berlin Humboldt 대학교 수학과 이석사  |
| 1997년 7월 11일        | Berlin Humboldt 대학교 정보학 학사학위 취득  |
| 1995년 10월~ 1998년 5월 | Berlin Freie 대학교 박사학위취득<br>지도교수 Elmar Vogt.<br>학위논문 "On enumeration of chord diagrams and asymptotics of Vasiliev invariants"<br>우등졸업 <i>magna cum laude</i> . |
| 1998년 6월~ 1999년 3월  | 독일 뮌헨 Ludwig-Maximilian 대학교 수학과 박사후연구원 (Postdoc)   |
| 1999년 4월~ 2003년 2월  | 독일 Bonn Max-Planck 수학연구소 방문연구원,  |
| 2001년 1월~ 2002년 12월 | 독일 Bonn 대학교 독일연구재단 (DFG) 지원학생  |
| 2004년 10월~ 2006년 4월 | 일본 Tokyo 대학교 JSPS (일본학술진흥회) 박사후연구원 (Postdoc)   |
| 2006년 4월~ 2007년 11월 | 일본 Kyoto 대학교 수리과학연구소 (數理研, RIMS), COE 프로그램 연구원   |
| 2007년 12월~ 2008년 5월 | 일본 Osaka 시립대학교 고급수학연구소 (OCAMI) 연구원   |
| 2008년 6월~ 2010년 2월  | 대전 KAIST 수리과학과 BK21 프로젝트 연구원   |

2008년 6월~ 2009년 2월	한국정보통신대학교 (ICU, 現 KAIST ICC캠퍼스) 공과대학 시간 강사,
2010년 3월~ 2014년 1월	대구 계명대학교 수학과 조교수
2014년 2월~ 2017년 2월	광주과기원 기초교육학부 조교수
2017년 3월~ 2020년 7월	광주과기원 기초교육학부 부교수
2017년 8월~ 2022년 2월	KAIST, 전산학부 연구 전문가
2023년 3월~ 2028년 2월	동국대 WISE캠퍼스 초빙연구교수, 수학교육과, 초빙연구교수

### 학술대회 참석 및 발표 (예정된 것 포함)

1995년 7월	Ph.D. Summer School on 「Geometry and Physics」, Odense, 덴마크
1997년 4월	Knot theory workshop in Narbonne, 프랑스 (발표)
1998년 6월	Workshop 「Rencontres Dijonnaises autour des nœuds et des tresses」, Dijon, 프랑스
1998년 8월 7-15일	International Knot Theory Meeting 「Knots in Hellas, 98」, Delphi, 그리스 (발표)
1999년 6월 18-24일	Arbeitstagung MPI Bonn 「99
2000년 5월 24-25일	Clay Institute Millenium Event, Paris, 프랑스
2000년 6월 5-8일	Workshop 「Journées Toulousaines autour des tresses et des nœuds」, Toulouse, 프랑스
2000년 6월 18-24일	「Perspectives of Mathematics」, Goslar, 독일
2001년 3월 26일 - 4월 7일	「Symplectic and Contact Topology, Quantum Cohomology, Symplectic Field Theory and Higher-Dimensional Gauge Theory」, The Fields Institute, Toronto and the Centre de recherches mathématiques, Montréal, 캐나다
2002년 6월 15-17일	Canadian Mathematical Society Summer Meeting 2002, Université Laval, Quebec City, Quebec, 캐나다
2002년 8월 12-16일	Geometric Topology, Satellite Conference of ICM 2002 Beijing, Shaanxi Normal University, Xi'an, 중국
2004년 7월 8-14일	KOOK Seminar International for Knot Theory and Related Topics, International Conference Center in Awaji-Shima, 일본 (발표 「On mutations and Vassiliev invariants (not) contained in knot polynomials」)
2004년 10월 25-27일	Intelligence of Low Dimensional Topology 2004, Osaka 시립대학교 (발표 「The second coefficient of the Jones polynomial」)
2004년 12월 23-26일	Topology of Knots, Tokyo Woman's Christian University
2005년 2월 12-14일	Tohoku Knot Seminar in Akita, ALVE, Akita-shi, 일본 (발표 「Brau representation and braid index」)
2005년 8월 1-6일	The Second East Asian School of Knots and Related Topics in Geomet-

- ric Topology, Dalian University of Technology, Dalian, 중국 (발표 「The existence of achiral knot diagrams」)
- 2005년 8월 28일 - 9월 1일 「Geometry and Algebra of Knots and manifolds」, Konan University, Kobe city, 일본
- 2005년 10월 12-14일 Knot Seminar (-in Zao-), Yamagata Zao, International Zaokoegen Hotel (발표 「Concordance and Thurston-Bennequin invariants of positive/negative knots and links」)
- 2005년 12월 23-26일 Topology of Knots VIII, Waseda University, Tokyo (발표 「Weight systems of trivalent graphs and hyperbolic volume of alternating knots by genus」)
- 2006년 2월 17-20일 Hiroshima Topology Conference (Takao Matumoto 교수 60주년 축하대회), Hiroshima University, Higashi-Hiroshima city, 일본
- 2006년 7월 22-27일 Intelligence of Low Dimensional Topology 2006, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima city, 일본 (발표 「Mutation and the colored Jones polynomial」)
- 2006년 9월 13-15일 Groups of Diffeomorphisms 2006 (Shigeyuki Morita 교수 60주년 축하대회), University of Tokyo, 일본
- 2007년 2월 5-8일 The Third East Asia School of Knots and Related Topics, Osaka 시립대학교 (발표 「Alexander polynomials, minimal genus, and fibering of arborescent links」)
- 2007년 5월 10-25일 Workshop 「Link homology and categorification」, Department of Mathematics and RIMS, Kyoto University
- 2007년 7월 6-8일 Jubilee International Conference 「New Trends in Mathematics and Informatics」, Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences 60주년 기념대회 (발표 「Hecke algebra representations of braid groups and a conjecture of Jones」)
- 2007년 9월 5-7일 Topology and Computer 2007, Akita University (발표 「Genus minimality of canonical surfaces and Alexander polynomial of canonical fiber surfaces」)
- 2007년 9월 11-14일 Workshop 「Low Dimensional Topology and infinite Dimensional Geomerty」, University of Tokyo, Tanbara House
- 2007년 12월 22-25일 Topology of Knots X, Tokyo Woman's Christian University (발표 「Hecke algebra representations of braid groups and a conjecture of Jones」)
- 2008년 1월 23일 The Fourth East Asia School of Knots and Related Topics, University of Tokyo, 일본 (발표 「Determinants of knots and Diophantine equations」)
- 2008년 8월 12 -14일 The First Topology Workshop KAIST (발표 「Lie groups, Burau representation, and non-conjugate braids with the same closure link」)
- 2009년 1월 12-15일 The Fifth East Asia School of Knots and Related Topics, Gyeongju, Korea (발표 「Lie groups, Burau representation, and non-conjugate braids with the same closure link」)
- 2009년 3월 19 - 21일 Low dimensional topology and knot theory workshop, 「Swiss Knots 2009」, Fribourg, 스위스

2009년 4월 25일	대한수학회 정기발표회, 아주대, 수원 (발표 「The Satellite crossing number conjecture for cables of knots」)
2009년 8월 17-19일	The Second Topology Workshop KAIST
2009년 9월 5 - 10일	9th International Conference on Geometry and Applications, Varna, 불가리아 (발표 「Non-conjugate braids with the same closure link」)
2009년 12월 16 - 20일	대한수학회와 미국수학회 (KMS-AMS) 공동 연구대회, 매듭이론 및 관련 주제 특별부과좌, 이화여대 (발표 「On non-conjugate braids with the same closure link」)
2010년 1월 11 - 13일	8th Geometric topology fair, KAIST 수리과학과 (발표 「Around Bennequin's inequality」)
2010년 4월 24일	대한수학회 정기춘계발표회, 충남대, 대전
2010년 6월 19일	영남수학회 정기학회, 영남대, 경산시 (초대발표 「On non-conjugate braids with the same closure link」)
2011년 3월 18일	Knots and Spatial Graphs 2011 Workshop, KAIST 수리과학과
2011년 3월 20-25일	Spring School in Geometry and Quantum Topology, Les Diablerets, 스위스
2012년 4월 28일	대한수학회 춘계발표회, 숙명여대, 서울 (발표 「Roots of the Alexander polynomial and Hoste's conjecture」)
2012년 7월 27일	2012 TAPU Workshop on Knot Theory and Related Topics, 부산대 (발표 「Diagram genus, generators and applications」)
2012년 8월 17일	Knots and Spatial Graphs 2012 Workshop, KAIST 수리과학과 (발표 「Everywhere Equivalent and Everywhere Different Knot Diagrams」)
2013년 10월 25일	대한수학회 2013년 정기학회, 서울시립대
2013년 11월 9일	60회 KPPY 조합수학 Workshop, 경북대, 대구 (발표 「On dual triangulations of surfaces」)
2014년 2월 10-14일	China-Korea Workshop on Low Dimensional Topology in Shanghai, East China Normal University, Shanghai, 중국 (발표 「On dual triangulations of surfaces」)
2014년 7월 7-10일	International Conference 「Mathematics Days in Sofia」, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, 불가리아
2014년 8월 13-21일	ICM 2014, Coex, Seoul
2014년 8월 22-24일	Knots and Low Dimensional Manifolds, Satellite Conference of Seoul ICM 2014, BEXCO Convention & Exhibition Center, 부산, Korea, 발표 「Concordance of positive knots」
2014년 10월 31일	GIST Foreign Faculty Workshop, GIST College, 발표 「Academic (Written) Communication」
2014년 12월 6일	67회 KPPY 조합수학 Workshop, 경북대, 대구 (발표 「On dual triangulations of surfaces II」)
2015년 4월 24-26일	대한수학회 정기춘계학회, 부산대, Korea

2015년 5월 2일	진교택 교수 60주년 기념 위상수학Workshop, KAIST, 대전, Korea
2015년 11월 5-7일	Knots and Spatial Graphs 2015 Workshop, KAIST 수리과학과 (발표 「Roots of the Alexander polynomial and Hoste's conjecture」)
2016년 6월 25-27일	Workshop on Graphs and Knots, School of Mathematical Sciences, Xiamen University, 중국, (발표 「Coefficients and non-triviality of the Jones polynomial」)
2016년 7월 16-23일	International Conference on Low-Dimensional Topology Knots in Hellas 2016, International Olympic Academy, Ancient Olympia, 그리스 (발표 「On coefficients and roots of the Alexander-Conway polynomial」)
2016년 10월 20-23일	대한수학회 70주년 국제학회, 서울대
2017년 5월 15-19일	Quantum Topology and Geometry in Toulouse, Université Paul Sabatier, Toulouse, 프랑스
2017년 7월 10-14일	「Mathematics Days in Sofia, 2017」, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, 불가리아
2018년 4월 21일	대한수학회 정기추계학회, 경희대, 서울
2019년 6월 7-8일	4회 매듭이론 미니 워크샵, 동국대 경주 캠퍼스 (발표 「Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links」)
2019년 7월 15일	Geometry and Mathematical Physics, Vasil Tsanov 기념 워크샵, Sofia, 불가리아
2019년 10월 24-27일	대한수학회 정기추계학회, 홍대, 서울
2019년 11월 8-11일	The Third Pan Pacific International Conference on Topology and Applications (PPICTA), 서천대학교, 성도 (成都), 중국 (발표 「Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links」)
2020년 2월 17-18일	Knots and Spatial Graphs 2020, 전춘배 기념 워크샵, KAIST 수리과학과
2021년 2월 1-3일	Knots and Spatial Graphs 2021, 온라인 워크샵, 경주 동국대 운영 (발표 「Knot polynomial computation and application to braid index」)
2021년 6월 25-27일	한국산업융수학회 봄학술대회, 강릉 탑스텐 호텔 (온라인 참가)
2022년 6월 27일-7월 1일	Computing in topological structures: Foundations and implementations, Sirius Mathematics Center, Sochi, Russia (온라인 발표 「Odd crossing number amphicheiral knots」) <a href="https://sites.google.com/view/cts-2022/home/invited-speakers">https://sites.google.com/view/cts-2022/home/invited-speakers</a>
February 6-9, 2023	East Asian Conference on Geometric Topology 2023, 중국 Soochow 대학교, 온라인 주제 (온라인 발표 「Strong quasipositivity of links」)
June 15-17, 2023	"Knots and Spatial Graphs 2023" 워크샵, KAIST 수리과학과, (발표 「Strong quasipositivity of links」)

### 세미나 발표 (대회 외)

「Some applications of link polynomial evaluations」 (Bonn 대학교 학원 세미나 발표, 1999년 6월 11일)

- 「Wheel graphs, Lucas numbers and the determinant of a knot」(MPI-Oberseminar, 2000년 3월 30일)
- 「On the number of links and link polynomials」(Oberseminar Topologie, MPI, 2000년 12월 11일)
- 「Canonical genus and the signature」(Kobe Topology Seminar, Kobe University, 2001년 11월 24일)
- 「Special diagrams and the positivity of the signature」(Nara Topology Seminar, Nara Women's University, 2001년 11월 29일)
- 「On the signature of positive links」(Mathematics Institute Seminar, University Bonn, 2002년 4월 19일, and Oberseminar Topologie, MPI, 2003년 1월 13일, Topology Seminar Université Lille, 프랑스, 2003년 11월 14일)
- 「On some relations between hyperbolic volume and combinatorial knot invariants」(Topology seminar, University of Toronto, 2003년 3월 26일)
- 「Square Fibonacci numbers and linear recurrence sequences」(Graduate seminar, University of Toronto, 2003년 4월 17일)
- 「Four Color Theorem, Lie Algebras, hyperbolic volume and enumeration of alternating knots by genus」(Topology Seminar, Tokyo Institute of Technology, 2004년 3월 3일)
- 「On mutations and Vassiliev invariants (not) contained in knot polynomials」(금요 매듭이론 세미나, Osaka 시립대학교, 2004년 6월 11일)
- 「Properties of closed 3-braids」(Topology Seminar, University of Tokyo, 2004년 11월 30일)
- 「Properties of closed 3-braids」(KOOK Seminar, Osaka 시립대학교, 2005년 4월 2일)
- 「Applications of braiding sequences」(Research Institute for Mathematical Sciences, Topology Seminar, 2005년 11월 17일)
- 「Braiding sequences and Thurston-Bennequin invariants」(Hokkaido University, Department of Mathematics Colloquium 2005년 12월 21일)
- 「Knots and their crossing numbers」(Research Institute for Mathematical Sciences, Colloquium, 2006년 5월 10일)
- 「Estimation of crossing numbers of knots」(Research Institute for Mathematical Sciences, Topology Seminar, 2006년 7월 13일)
- 「Bennequin surfaces and braid index of alternating knots」(금요 매듭이론 세미나, Osaka 시립대학교, 2006년 10월 13일)
- 「Hecke algebra representations of braid groups and a conjecture of Jones」(Topology Seminar, University of Geneva, 2007년 10월 18일)
- 「Determinants of knots and Diophantine equations」(Topology Seminar, ETH Zurich, 2007년 10월 22일)
- 「Knots and crossing numbers」(Kyoto University International Researchers Monthly Seminar, Kyoto University International Office, 2008년 1월 11일)
- 「Vassiliev invariants, Seifert matrix, and hyperbolic volume of knots」(금요 매듭이론 세미나, Osaka 시립대학교, 2008년 2월 22일)
- 「Mutation and the colored Jones polynomial」(Topology Seminar, University of Geneva, 2008년 5월 22일; Topology Seminar, KAIST, 2008년 6월 16일)

「Computing cabled knot polynomials and deciding mutation」, 「Computing link polynomials with the Millett-Ewing programs」 (Topology Seminar, KAIST, 2008년 6월 30일, 2008년 7월 8일)

「Tait's Conjectures and odd crossing number amphicheiral knots」 (BK21 Seminar, KAIST, 2009년 3월 16일)

「Around Bennequin's inequality」 (고려대, 서울, 2009년 5월 15일)

「Distinguishing polygonal knots」 (Korea Science Academy KSA of KAIST Undergrad student Seminar, KAIST, 2009년 7월 28일)

「Signature and concordance of positive links」 (POSTECH, 포항, Korea, 2009년 8월 26일)

「On roots of the Alexander polynomial」 (NRF 지원 연구 세미나, Keimyung University, 2011년 9월 23일 and KAIST, 2011년 10월 28일)

「Diagram genus, generators and applications」 (Topology Seminar, Durham University, 2012년 1월 19일)

「Roots of the Alexander polynomial and Hoste's conjecture」 (Topology Seminar, University of Glasgow, 2012년 1월 23일)

「Diagram genus, generators and applications II」 (Algebra Seminar, Newcastle University, 2012년 1월 24일)

「Roots of the Alexander polynomial and Hoste's conjecture」 (Topology Seminar, 부산대, 2012년 5월 22일)

「Everywhere equivalent and everywhere different knot diagrams」 (NRF 지원 연구 세미나, KAIST, 2012년 6월 8일)

「Minimal genus and fibering of canonical surfaces」 (NRF 지원 연구 세미나, KAIST, 2012년 11월 24일)

「Hyperbolicity of the canonical genus two knots」 (NRF 지원 연구 세미나, 안동, 2013년 4월 6일)

「On roots and coefficients of the Alexander polynomial」 (Topology Seminar, University of Geneva, 2016년 7월 11일)

「Coefficients and Non-Triviality of the Jones Polynomial」, 「On dual triangulations of surfaces」 (Topology Seminar, KIAS, Seoul, 2016년 9월 25일)

「Solved and unsolved mysteries of numbers」, GIST GIP (Global Intern Program) exchange student seminar, 2017년 8월 4일

「Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links」, (Topology Seminar, University of Melbourne, 2018년 9월 27일 및 Topology Seminar, Monash University, 4/10/2018년 10월 4일)

「Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links」, (Topology Seminar, 부산대, 2019년 5월 4일)

「Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links」 (TU Berlin, 이산수학/의하, online seminar, 2021년 11월 24일), <https://www.tu-berlin.de/?id=138801>

"Exchange moves and non-conjugate braid representatives of links" (NU Singapore Topology and Geometry, online seminar, 8/11/2022)

## Trustworthy AI

"Software Engineering for Machine Learning" (joint with M. Ziegler, SNU Trustworthy AI Lab meeting, 1/9/2023), <https://www.youtube.com/watch?v=HvGCaRmFUIQ>

## 강연

「Non-associative tangles」(D. Bar-Natan, 「Geometric topology, Proceedings of the Georgia international topology conference」, W. H. Kazez, ed., 139-183, Amer. Math. Soc. and International Press, Providence, 1997년 논문강연), 연속강의, 매듭이론 세미나, Humboldt 대학교 Berlin, 1993~1994년.

「Algebraic structures on modules of diagrams」(아주 늦게 Journal of Pure and Applied Algebra **215(6)** (2011), 1292-1339에서 출판된 P. Vogel의 preprint에 따른 강의), 연속강의, 매듭이론 세미나, Humboldt 대학교 Berlin, 1994~1995년.

「Some applications of braiding sequences」, 4차 연속강의: 「A bound for the number of restricted Vassiliev invariants」, 「The canonical genus」(2강의), 「On the crossing number of semiadequate links」, 저차원 위상수학 세미나, 수리과학연구소(數理研, RIMS), Kyoto 대학교, 2001년 11월 16, 17, 30일.

「Introduction to Computational Knot Theory」(Computing school seminar Ziegler 교수, KAIST, 2020년 9월 14일) <https://www.youtube.com/watch?v=jSn30jBA3R8>,

「Knotscape and knot tables」(2020년 11월 12일), [https://www.youtube.com/watch?v=2\\_33U4Rdx5c](https://www.youtube.com/watch?v=2_33U4Rdx5c)

「Mathematical English」(영어로 논문을 쓰는 규칙), Osaka 시립대학교, 2004년 6월 10, 17, 24일, 7월 1일.

## 교육

(모든 과목 주당 3학점, 실습 1 학점)

### 2008년 여름학기

상미분방정식, 한국정보통신대학교 (ICU, 현 KAIST ICC캠퍼스) 공학부

### 2008년 가을학기

미적분학 II (다변수), 한국정보통신대학교 (ICU, 현 KAIST ICC캠퍼스) 공학부.

### 2010년 봄학기

수학적 영어, 계명대학교 수학과

선형대수학 (4학년), 계명대학교 게임모바일 공학과



### **2010년 가을학기**

수학적 영어, 계명대학교 수학과  
선형대수학 (1학년), 계명대학교 게임모바일 공학과  
이산수학, 계명대학교 Microsoft IT학과  
미적분학 및 응용 (기초등급), 계명대학교 수학과

### **2011년 봄학기**

미적분학 및 응용 (기초등급), 계명대학교 수학과  
다변수미적분학, 계명대학교 수학과

### **2011년 가을학기**

미적분학 (1학년), 계명대학교 수학과  
수학적 영어, 계명대학교 수학과  
교육실습, 계명대학교 수학교육학과  
미적분학 (2학년), 계명대학교 KAC (Keimyung Adams College)

### **2012년 봄학기**

미적분학 및 응용 (4학년), 계명대학교 수학과  
선형대수학 (2학년), 계명대학교 수학과  
다변수미적분학 (4학년), 계명대학교 수학과

### **2012년 가을학기**

다변수미적분학 II (2학년), 계명대학교 게임모바일 공학과  
수학적 영어, 계명대학교 수학과  
미적분학 (2학년), 계명대학교 KAC (Keimyung Adams College)

### **2013년 봄학기**

다변수미적분학 I (2학년), 계명대학교 게임모바일 공학과  
수학적 영어, 계명대학교 수학과  
미적분학 및 응용 (4학년), 계명대학교 수학과

### **2013년 가을학기**

다변수미적분학 II (2학년), 계명대학교 게임모바일 공학과  
미적분학 (2학년), 계명대학교 KAC (Keimyung Adams College)

### **2014년 봄학기**

일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)

### **2014년 가을학기**

다변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)

### **2015년 봄학기**

일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)

### **2015년 가을학기**

다변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)

### **2016년 봄학기**

고급일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)

### **2016년 가을학기**

다변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (2 분반)

### **2017년 봄학기**

고급일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (2 분반)

### **2017년 가을학기**

다변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
위상수학개론 (4학년), GIST 대학

### **2018년 봄학기**

고급일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (1 분반 + 연습반)  
선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)

### **2018년 가을학기**

다변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)  
위상수학개론 (4학년), GIST 대학

### **2019년 봄학기**

일변수해석학 및 응용 (1학년), GIST 대학 (1 분반 + 1 연습반)  
미분방정식 및 응용 (2학년), GIST 대학 (2 분반 + 2 연습반)

### **2019년 가을학기**

선형대수학개론 및 응용 (2학년), GIST 대학 (2 분반)  
위상수학개론 (4학년), GIST 대학

### **2021년 봄학기**

CS300 Introduction to Algorithms (Chapter 2a-c 3a-b), KAIST 연산학부  
<https://www.youtube.com/watch?v=Nkwy7jhyLkQ> (2a)  
<http://youtu.be/qLuryM20Zz4/> (2b)

### **지도활동**

1년간 연구 사업 : 현지훈 (카이스트, 전산학부)

### **2021년 가을학기**

CS300 Introduction to Algorithms (Chapter 2, 3), KAIST 연산학부  
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLvcvykdwsGNF9nmJpwXJk1SCzstnF1Nik>

## 초청 방문

1996년 4월	Strasbourg (프랑스), C. Kassel
1996년 6월	Toulouse (프랑스), T. Fiedler
1999년 3월	Toulouse, T. Fiedler
1999년 6월	ETH Zurich (스위스), V. Chernov
1999년 11월	Institut des Hautes Études Scientifiques, Bures-sur-Yvette (프랑스)
2001년 1월-7월	University of Toronto, Kunio Murasugi
2001년 11월	Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University (일본), Hitoshi Murakami
2003년 5월	Toulouse, T. Fiedler
2003년 10월	Waterloo (캐나다), L. Kauffman
2003년 11월	Lille (프랑스), S. Kallel; Toulouse, T. Fiedler
2004년 2월-3월	Tokyo Institute of Technology, Hitoshi Murakami
2004년 6월-7월	Osaka 시립대학교, Akio Kawauchi
2007년 10월	ETH Zurich, Sebastian Baader; University of Geneva, Van Quach
2008년 5월	University of Geneva, Van Quach
2012년 1월	Newcastle University (영국), Alina Vdovina
2015년 1월-2월	Mebourne University (호주), Hyam Rubinstein
2015년 7월	University of Geneva, Van Quach and University of Bern, Sebastian Baader
2016년 7월	University of Geneva, Van Quach and University of Bern, Sebastian Baader
2018년 9/10월	University of Melbourne, Hyam Rubinstein 및 Monash University, Jessica Purcell

## 연구비 수혜 실적

2007년 4월-2009년 3월	일본 학술교육부의 2년 개인 연구비 수혜 (Kyoto RIMS와 Osaka 시립대학교 통해서 관리) "Polynomial invariants of knots and related theory", 若手研究 (B), Nr. 19740035, JPY 1,510,000
2011년 9월-2014년 8월	한국 NRF의 3년 공동 연구비 수혜 (KAIST 통해서 관리), "Computational approach toward geometric and combinatorial properties of knots", NRF-2011-0027989, 600,000,000원
2013년 6월-2014년 5월	한국 NRF의 1년 개인 연구비 수혜 (계명대학교 통해서 관리), "Combinatorial knot theory related to polynomial invariants", Nr. 2013-0366,

19,350,000원

- 2021년 3월-2021년 12월 1-year International Collaboration Signature Project in 2021 "Computational Knot/Braid Theory" (Ziegler교수 KAIST 연구실 관리), 5,000,000 원
- 2023년 3월-2028년 2월 한국 NRF의 5년 공동 연구비 수혜 (경주 동국대 관리), "강한 의사양성 매듭과 호지수", 2023R1A2C1003749, 600,000,000 원 (간접비 제외)

## 수상

우수연구상, 계명대학교, 2012년 5월

## 관리 운영

조직 운영: 박사과정 세미나, 수학부, 뮌헨 Ludwig-Maximilian 대학교, 1998년 6월~1999년 3월

공동 운영: International Faculty Workshop, GIST College, 2014년 10월31일~11월1일

학술대회 분과 좌장:

International Graduate Course Student Workshop for Knot Theory and Related Topics, Osaka 시립 대학교, Media Center, 2004년 7월 5-7일;

Tohoku Knot Seminar in Akita, ALVE, Akita-shi, 일본, 2005년 2월 12-14일.

Workshop on Graphs and Knots, School of Mathematical Sciences, Xiamen University, 중국, 2016년 6월 25-27일

운영: Online workshop on "Computational Knot Theory", KAIST, 2021년 5월26일-6월 2일,  
<http://www.stoimenov.net/stoimeno/homepage/ckt/>

Mini-Workshop "Knots + More", KAIST, 2021년 8월18-25일,  
<http://www.stoimenov.net/stoimeno/homepage/kam/>

강의 기록 리스트<sup>1</sup>

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLvcvykdwsgNH-mc9e6WLSIVYkxs1UQ8T0>

공동 운영: "Knots and Spatial Graphs 2023" Workshop, KAIST 수리과학과, 2023년 6월 15-17일

## 학회 회원

대한수학회 (2009년-현재), 독일수학회 DMV (2023년 부터)

German Mathematical Society DMV (2022-present)

## 기타 학술 활동

방문 구성원, 신뢰적 인공지능 연구실, 데이터사이언스대학원, 서울대,  
<https://trustworthyailab.snu.ac.kr/>

<sup>1</sup>발표자료 동의로, 심사업무관련 사용만 부탁드립니다.

## 심사 활동

### 학술지

(완전하지 않으나, 중요한 것을 포함. 제가 드린 코멘트의 길이와 깊이 관계 없이, 평론 요구로 연락 받은 것.)

Topology, Compositio Mathematica, Documenta Mathematica, J. of Knot Theory and Its Ramifications, Algebr. Geom. Topol., Pacific J. Math., Topology and its Applications, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., International Mathematics Research Notices, Geometriae Dedicata, SIGMA (Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications), Discrete Mathematics, Indiana University Mathematics Journal, Mathematische Annalen, Abstract and Applied Analysis, Journal of Symbolic Computation, Proceedings of Amer. Math. Soc., Bull. London Math. Soc., Proc. London Math. Soc., Electronic Journal of Combinatorics, European Journal of Combinatorics, Journal of Topology, Journal of Applied Analysis, Internat. J. Math., Revista Matemática Iberoamericana

인문학: Aslib Journal of Information Management, International Journal of Science Education Part B: Communication and Public Engagement, Journal of Academic Ethics.

### 논문리뷰 및 연구비 심사

온라인 평론: AMS Math Reviews, Zentralblatt,

연구보조금 신청: National Science Foundation (미국), United Arab Emirates University (아랍에미리트)

## 기타

Marquis "Who's Who in the World" 2010판 등재

영어 공부 동아리 K-Circle 지도교수, 계명대학교, 2010년 2학기 - 2011년 2학기,

사진 콘테스트 3위 입상, 계명대학교, 2012년 5월

## 언어 능력

러시아어(중급); 영어(유창함); 독일어(유창함); 한국어(고급) (2014.02.17 TOPIK 33 회 2급합격, 자격증 번호 0120120028, 취득기관 TOPIK KOREA); 일본어(중급)

## 연구 출판 활동

### 학위논문

[St1] *Über Harrison-Kohomologie und die Drinfel'd-Vermutung*, 석사논문, Humboldt University, Berlin, 1995

[St2] *On enumeration of chord diagrams and asymptotics of Vassiliev invariants*, 박사논문, Freie University Berlin, 1998.

논문 (학술지 및 학술대회 논평논문집)  
(作成시 근접순)

- [BS] *The Fundamental Theorem of Vassiliev invariants*, D. Bar-Natan와 공동, "Geometry and Physics", Lecture Notes in Pure & Appl. Math. **184**, M. Dekker, New York, 1996, 101–134.
- [St3] *Enumeration of chord diagrams and an upper bound for Vassiliev invariants*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **7(1)** (1998), 93–114.
- [St4] *Stirling numbers, Eulerian idempotents and a diagram complex*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **7(2)** (1998), 231–256.
- [St5] *Gauß sum invariants, Vassiliev invariants and braiding sequences*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **9(2)** (2000), 221–269.
- [St6] *On finiteness of Vassiliev invariants and a proof of the Lin-Wang conjecture via braiding polynomials*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **10(5)** (2001), special volume for the proceedings of the International Conference on Knot Theory "Knots in Hellas, 98", 769–780.
- [St7] *Vassiliev invariants on fibered and mutually obverse knots*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **8(4)** (1999), 511–519.
- [St8] *The braid index and the growth of Vassiliev invariants*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **8(6)** (1999), 799–813.
- [St9] *On the number of chord diagrams*, Discr. Math. **218** (2000), 209–233.
- [St10] *Genera of knots and Vassiliev invariants*, J. Of Knot Theory and Its Ram. **8(2)** (1999), 253–259.
- [St11] *On some restrictions to the values of the Jones polynomial*, Indiana Univ. Math. J. **54 (2)** (2005), 557–574.
- [St12] *Positive knots, closed braids and the Jones polynomial*, math/9805078, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. **2(2)** (2003), 237–285.
- [St13] *Some minimal degree Vassiliev invariants not realizable by the HOMFLY and Kauffman polynomial*, C. R. Acad. Bulgare Sci. **54(4)** (2001), 9–14.
- [St14] *Mutant links distinguished by degree 3 Gauss sums*, Proceedings of the International Conference on Knot Theory "Knots in Hellas, 98", Series on Knots and Everything **24**, World Scientific, 2000.
- [FS] *New knot and link invariants*, T. Fiedler와 공동, Proceedings of the International Conference on Knot Theory "Knots in Hellas, 98", Series on Knots and Everything **24**, World Scientific, 2000.
- [St15] *Gauss sums on almost positive knots*, Compositio Mathematica **140(1)** (2004), 228–254.
- [St16] *The granny and the square tangle and the unknotting number*, Topol. Appl. **117** (2002), 59–75.
- [St17] *Knots of genus one*, Proc. Amer. Math. Soc. **129(7)** (2001), 2141–2156.
- [St18] *The Conway Vassiliev invariants on twist knots*, Kobe J. Math. **16(2)** (1999), 189–193.
- [St19] *Vassiliev invariants and rational knots of unknotting number one*, math/9909050, Topology **42(1)** (2003), 227–241.
- [St20] *Knots of (canonical) genus two*, math.GT/0303012, Fund. Math. **200(1)** (2008), 1–67.
- [St21] *The crossing number and maximal bridge length of a knot diagram*, M. Kidwell의 부록 포함, Pacific J. Math. **210(1)** (2003), 189–199.
- [St22] *Polynomial values, the linking form and unknotting numbers*, math.GT/0405076, Math. Res. Lett. **11(5-6)** (2004), 755–769.
- [St23] *Determinants of Knots and Diophantine equations*, Acta Arithmetica **129(4)** (2007), 363–387.
- [St24] *Square numbers, spanning trees and invariants of achiral knots*, math.GT/0003172, Comm. Anal. Geom. **13(3)** (2005), 591–631.
- [St25] *The Jones polynomial, genus and weak genus of a knot*, Ann. Fac. Sci. Toulouse **VIII(4)** (1999), 677–693.
- [St26] *On Unknotting Numbers and Knot Trivadjency*, N. Askitas와 공동, Math. Scand. **94(2)** (2004), 227–248.
- [St27] *A property of the skein polynomial with an application to contact geometry*, math.GT/0008126, J. Differential Geom. **77(3)** (2007), 555–566.
- [St28] *On the unknotting number of minimal diagrams*, Mathematics of Computation **72(244)** (2003), 2043–2057.
- [St29] *Branched cover homology and Q evaluations*, Osaka J. Math. **39(1)** (2002), 13–21.

- [St30] *Rational knots and a theorem of Kanenobu*, *Exper. Math.* **9(3)** (2000), 473–478.
- [St31] *Fibonacci numbers and the 'fibered' Bleiler conjecture*, *Int. Math. Res. Notices* **23** (2000), 1207–1212.
- [St32] *The signature of 2-almost positive knots*, *J. Of Knot Theory and Its Ram.* **9(6)** (2000), 813–845.
- [St33] *Some examples related to 4-genera, unknotting numbers, and knot polynomials*, *Jour. London Math. Soc.* **63(2)** (2001), 487–500.
- [St34] *On the coefficients of the link polynomials*, *Manuscr. Math.* **110(2)** (2003), 203–236.
- [St35] *Some inequalities between knot invariants*, *Internat. J. Math.* **13(4)** (2002), 373–393.
- [St36] *On the crossing number of positive knots and braids and braid index criteria of Jones and Morton-Williams-Franks*, *Trans. Amer. Math. Soc.* **354(10)** (2002), 3927–3954.
- [St37] *Applications of braiding sequences II: polynomial invariants of positive knots*, *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society (PEMS)* **59(4)** (2016), 1037–1064.
- [St38] *Some applications of Tristram-Levine signatures*, *Adv. Math.* **194(2)** (2005), 463–484.
- [KS] *Examples Relating to the Crossing Number, Writhe, and Maximal Bridge Length of Knot Diagrams*, M. Kidwell와 공동, *Mich. Math. J.* **51(1)** (2003), 3–12.
- [STV] *The canonical genus of a classical and virtual knot*, V. Tchernov와 A. Vdovina와 공동, *Geometriae Dedicata* **95(1)** (2002), 215–225.
- [St39] *On the number of links and link polynomials*, *Quart. J. Math. Oxford* **55(1)** (2004), 87–98.
- [St40] *The skein polynomial of closed 3-braids*, *J. Reine Angew. Math. (Crelle's J.)* **564** (2003), 167–180.
- [HS] *Examples of knots without minimal string Bennequin surfaces*, M. Hirasawa와 공동, *Asian Journal Math.* **7(3)** (2003), 435–446.
- [St41] *On the Polyak-Viro Vassiliev invariant of degree 4*, *Canad. Math. Bull.* **49(4)** (2006), 609–623.
- [SV] *Counting alternating knots by genus*, A. Vdovina와 공동, *Math. Ann.* **333** (2005), 1–27.
- [St42] *Graphs, determinants of knots and hyperbolic volume*, *Pacific J. Math.* **232(2)** (2007), 423–451.
- [St43] *On polynomials and surfaces of variously positive links*, *Jour. Europ. Math. Soc.* **7(4)** (2005), 477–509.
- [MS] *The Alexander polynomial of planar even valence graphs*, K. Murasugi와 공동, *Adv. Appl. Math.* **31(2)** (2003), 440–462.
- [St44] *Newton-like polynomials of links*, *Enseign. Math. (2)* **51(3-4)** (2005), 211–230.
- [SSW] *Euclidean Mahler measure and twisted links*, D. S. Silver와 S. G. Williams와 공동, *Algebr. Geom. Topol.* **6** (2006), 581–602.
- [St45] *Minimal genus of links and fibering of canonical surfaces*, *Illinois J. Math.* **59(2)** (2015), 399–448.
- [St46] *Exchange moves and non-conjugate braid representatives of knots*, R. Shinjo와 공동, *Nagoya Math. J.* **240** (2020), 298–321, DOI: <https://doi.org/10.1017/nmj.2019.10>
- [St47] *On cabled knots and Vassiliev invariants (not) contained in knot polynomials*, *Canad. J. Math.* **59(2)** (2007), 418–448.
- [St48] *Hard to identify (non-)mutations*, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* **141(2)** (2006), 281–285.
- [St49] *Square numbers and polynomial invariants of achiral knots*, *Math. Z.* **255(4)** (2007), 703–719.
- [St50] *Genus generators and the positivity of the signature*, *Algebr. Geom. Topol.* **6** (2006), 2351–2393.
- [ST] *Mutation and the colored Jones polynomial*, Toshifumi Tanaka와 공동, *Journal of Gökova Geometry & Topology* **3** (2009), 44–78.
- [St51] *Hyperbolicity of the canonical genus two knots*, *Journal of Symbolic Computation* **101(6)** (2020), 242–269, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsc.2019.08.003>
- [St52] *Some examples related to knot sliceness*, *J. Pure Applied Algebra* **210(1)** (2007), 161–175.
- [St53] *Generating functions, Fibonacci numbers, and rational knots*, *J. Algebra* **310(2)** (2007), 491–525.
- [St54] *Bennequin's inequality and the positivity of the signature*, *Trans. Amer. Math. Soc.* **360(10)** (2008), 5173–5199.
- [St55] *Minimal genus and fibering of canonical surfaces via disk decomposition*, *LMS J. of Comp. and Math.* **17(1)** (2014), 77–108.
- [St56] *Coefficients and non-triviality of the Jones polynomial*, *J. Reine Angew. Math. (Crelle's J.)* **657** (2011), 1–55.



- [St57] *On the crossing number of semiadequate links*, Forum Math. **26(4)** (2014), 1187–1246.
- [St58] *5-moves and Montesinos links*, J. Math. Soc. Japan **59(3)** (2007), 729–749.
- [St59] *On non-conjugate braids with the same closure link*, Journal of Geometry **96(1)** (2010), 179–186.
- [St60] *Tait's conjectures and odd crossing number amphicheiral knots*, Bull. Amer. Math. Soc. **45** (2008), 285–291.
- [ST2] *On Tabulation of Mutants*, Toshifumi Tanaka와 공동, Proceedings of the International Conference “Intelligence of Low Dimensional Topology 2006” (Hiroshima University), Ser. Knots Everything **40**, World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007, 299–306.
- [St61] *On the definition of graph index*, J. Austral. Math. Society **94(3)** (2013), 417–429.
- [St62] *On the Satellite crossing number conjecture*, Journal of Topology and Analysis **3(2)** (2011), 109–143.
- [St63] *Vassiliev invariants, Seifert matrix, and hyperbolic volume of knots*, Int. Math. Res. Not., Art. ID **rnn119** (2008).
- [St64] *Application of braiding sequences I: On the characterization of Vassiliev and polynomial link invariants*, Comm. Contemp. Math. **12(5)** (2010), 681–726.
- [St65] *Realizing Alexander Polynomials by Hyperbolic Links*, Expo. Math. **28(2)** (2010), 133–178.
- [St66] *The classification of partially symmetric 3-braid links*, Open Mathematics **13(1)** (2015), 444–470.
- [St67] *Non-mutants with equal colored Jones polynomial*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I **347** (2009), 809–811.
- [St68] *Application of braiding sequences III: Concordance of Positive Knots*, Internat. J. Math. **26(7)** (2015) 1550050 1–36, DOI: 10.1142/S0129167X15500500
- [St69] *Application of braiding sequences IV: link polynomials and geometric invariants*, Annales de l'Institut Fourier **70(4)** (2020), 1431–1475, DOI: <https://doi.org/10.5802/aif.3371>
- [St70] *Tabulating and distinguishing mutants*, Internat. Jour. Algebra Comput. **20(4)** (2010), 525–559, DOI: 10.1142/S0218196710005789
- [St71] *Non-conjugate braids with the same closure link from density of representations*, Jour. Math. Pures Appl. **94(5)** (2010), 470–496.
- [St72] *Computing the girth of knots*, Acta Math. Sin. (Engl. Ser.) **28(3)** (2012), 515–528.
- [St73] *Hoste's conjecture and roots of Link polynomials*, Annals of Combinatorics **22(2)** (2018), 393–431.
- [St74] *Log-concavity and zeros of the Alexander polynomial*, Bulletin of the Korean Mathematical Society **51(2)** (2014), 539–545.
- [St75] *A theorem on graph embedding with a relation to hyperbolic volume*, Combinatorica **36(5)** (2016), 557–589.
- [St76] *Everywhere Equivalent and Everywhere Different Knot Diagrams*, Asian J. Math. **17(1)** (2013), 95–137.
- [St77] *Everywhere Equivalent 3-Braids*, Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA) **10** (2014), 105–126, DOI: 10.3842/SIGMA.2014.105.
- [St78] *Everywhere Equivalent 2-Component Links*, Symmetry **7** (2015), Special Issue “Diagrams, Topology, Categories and Logic”, 365–375, DOI: 10.3390/sym7020365.
- [St79] *Independence polynomials and Alexander-Conway polynomials of plumbing links*, Journal of Combinatorial Theory, Series A **183** (2021), 105487, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcta.2021.105487>
- [St80] *Hoste's Conjecture for Generalized Fibonacci Polynomials*, Communications in Algebra **47(1)** (2019), 362–406, DOI: 10.1080/00927872.2018.1477946.
- [St81] *Hoste's conjecture and roots of the Alexander polynomial*, Knots, Low-Dimensional Topology and Applications: Knots in Hellas, International Olympic Academy, Greece, July 2016 (Springer Proceedings in Mathematics & Statistics), 191–206.
- [St82] *Sublinks of strongly quasipositive links*, J. Math. Sci. (Series B) 게재승리.
- [St83] *Exchangeability and non-conjugacy of braid representatives*, International Journal of Computational Geometry and Applications **31(1)** (2021), 39–73.
- [St84] *Subsymmetric exchanged Braids and the Burau matrix*, Proceedings Roy. Soc. Edinburgh, Section A 게재승리, <https://www.doi.org/10.1017/prm.2023.1>.

## 책의 장(章)

- [CS] *Vassiliev/Finite Type Invariants*, S. Chmutov와 공동, "A Concise Encyclopedia of Knot Theory", CRC Press. ISBN 9781138297845,  
<https://www.routledge.com/Encyclopedia-of-Knot-Theory/Adams-Flapan-Henrich-Kauffman-Ludwig-Nelson/p/book/9781138297845>

## 수학 에세이 (연구 윤리 관련)

- [St85] *Honesty in Mathematical Writing*, Letters to the Editor, Notices of the AMS **57(6)** (June/July 2010), 703.  
[St86] *Conduct and Correctness in Mathematical Publishing*, Publishing Research Quarterly **38** (2022), 586–598,  
<https://doi.org/10.1007/s12109-022-09895-0>.

## 단행본

- [St87] *Diagram genus, generators and applications*, T&F/CRC Press Monographs and Research Notes in Mathematics (2016), ISBN 9781498733809.  
[St88] *Properties of Closed 3-Braids and Braid Representations of Links*, Springer Briefs in Mathematics (2017), ISBN 978-3-319-68148-1

## 학회무평논문집

- [St89] *A Survey on Vassiliev Invariants for knots*, "Mathematics and Education in Mathematics", Proceedings of the XXVII. Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians, 1998, 37–47.  
[St90] *The existence of achiral knot diagrams*, Proceedings of The Second East Asian School of Knots and Related Topics in Geometric Topology, Dalian, China, 2005, 15–26.  
[St91] *Lie Groups, Burau Representation, and Non-conjugate Braids with the Same Closure Link*, Proceedings of the First Topology Workshop KAIST, 2008, Trends in mathematics - New Series **11(1)** (2009), 103–106.

## 번역문

- [St92] *Tait*猜想和奇交叉数双手征纽结, 数学译林 第35卷(第2期) (2016), 115–120. ([St60]의 중국어 번역.)

## 부분 공헌이 있는 논문 및 단행본

- [Fi] Th. Fiedler, *Gauss Diagram Invariants for Knots and Links*, Kluwer Academic Publishers, Mathematics and Its Applications Vol **532** (2001).  
[Fi2] ——— " ———, *Gauss diagram invariants for knots which are not closed braids*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **135(2)** (2003), 335–348.  
[Mo] H. R. Morton (ed.), *Problems*, Ser. Knots Everything **24** (Knots in Hellas '98, Delphi), World Sci. Publishing 2000, 547–559.  
[Oh] T. Ohtsuki (ed.), *Problems on invariants of knots and 3-manifolds*, Geometry and Topology Monographs **4** (2002) (Invariants of knots and 3-manifolds, Kyoto 2001), 377–572.  
[Za] D. Zagier, *Vassiliev invariants and a strange identity related to the Dedekind eta-function*, Topology **40(5)** (2001), 945–960.

추천자 (저의 연구 및 교육\*활동에 대해서 연락 할 수 있는 연구자)

Gwang Song Park\*  
Department of Mathematics,  
Keimyung University  
Dalseo-Gu, Sindang-Dong 1000,  
Daegu 704-701, Korea  
Phone: +82-53-580-5174  
Fax: +82-53-580-5164  
kparkm@kmu.ac.kr

Hugh Morton  
43 Embankment Road  
Kingsbridge  
Devon  
TQ7 1LA  
United Kingdom  
Phone: +44 154 885 4757  
su14@liverpool.ac.uk

Thomas Fiedler  
Laboratoire E. Picard  
Universite P. Sabatier  
118, Route de Narbonne  
31062 Toulouse Cedex, France  
Tel : (+33) (0)5 6155 8312  
Fax : (+33) (0)5 6155 8200  
thomas.fiedler@math.univ-toulouse.fr

Toshitake Kohno  
Graduate School of Mathematical Sciences,  
University of Tokyo  
Komaba, Tokyo 153-8914,  
Japan  
Tel +81-3-5465-7001  
Fax +81-3-5465-7011  
kohno@ms.u-tokyo.ac.jp

Louis H. Kauffman  
Department of Math.  
Univ. of Illinois at Chicago  
851 South Morgan Street  
Chicago, Illinois 60607-7045  
USA  
Phone: (312)-996-3066  
Fax: (312) 996-1491  
kauffman@uic.edu

Gyo Taek Jin  
Department of Mathematics  
Korea Advanced Institute of  
Science and Technology (KAIST)  
4404 Natural Sciences Building  
Daejeon, 305-701, Korea  
Phone: +82-42-869-2724, 2764 (Office)  
+82-10-6570-5808 (Mobile)  
Fax: +82-42-869-2710  
gyotaek@gmail.com

Ludmil Katzarkov  
Institut für Mathematik  
Universität Wien  
Oskar-Morgenstern-Platz 1, 1090 Wien  
Austria  
Phone: +43 1 4277 50452  
Fax: +43 1 4277 850452  
ludmil.katzarkov@univie.ac.at  
l.katzarkov@math.miami.edu

Martin Ziegler\*  
School of Computing,  
Korean Advanced Institute of  
Science and Technology (KAIST),  
Daejeon 34141, Korea  
Phone: +82-10-3428-2509  
+82-42-350-3568  
ziegler@theoryofcomputation.asia

Joachim Hyam Rubinstein  
University of Melbourne,  
Honorary Mathematics and Statistics  
01, 175, Peter Hall Building,  
Monash Road, Parkville, VIC 3010  
Australia  
Phone: +61 3 83445548  
Mobile: +61 425 787 861  
joachim@unimelb.edu.au

宋庸鎭 송용진  
인하대학교  
자연과학대학  
수학과  
22212 인천광역시 미추홀구 인하로 100  
5N221  
Phone: +82-10-5477-9294,  
032-860-7631  
yjsong@inha.ac.kr

Morwen Thistlethwaite,  
Department of Mathematics  
University of Tennessee  
Knoxville, Tennessee 37996  
USA  
mthistle@utk.edu

Sergei Chmutov  
The Ohio State University, Mansfield Campus,  
1760 University Drive  
Mansfield, OH 44906  
USA  
Phone: (419)-755-4287  
FAX: (419)-755-4367  
chmutov@math.ohio-state.edu

Wontaek Song 송원택\*  
서울과학고등학교 수학과  
서울특별시 종로구 혜화로 63  
Phone: +82-10-7419-1257, 02-740-6374  
wontaek.song@gmail.com

김세구  
경희대학교 수학과  
서울캠퍼스 02447 서울특별시  
동대문구 경희대로 26  
Space21 이과대학 511호  
02-961-0381  
sgkim@khu.ac.kr

## 1 연구의 목적 및 성과

저자의 주요 연구분야는 3차원 공간에 매장된 **매듭**과 **고리**의 이론이다. 매듭과 고리를 보통 평면 안의 **사영**이나 **그림**으로 나타낸다. 사영은 평면에 매립된 곡선과 그의 (횡단)교점에 추가하는 위, 밑의 가닥의 정보다. (보통 매듭과 모든 고리의 성분에 방향을 붙인 결과를 유향매듭, 유향고리라 부른다.) **Reidemeister 이동**으로 같은 매듭이나 고리의 모든 사영을 서로 겹칠 수 있는 것이 알려져 있다. Reidemeister 이동은 3가지가 있고, 1-3형으로 생성된 동치관계를 **전공간동위**, 2와3형으로 생성된 동치관계를 **정칙동위**라 부른다. 두 사영이 Reidemeister 이동으로 변형할 수 없으면 이 두 사영이 서로 다른 매듭과 고리를 나타내는 것을 증명하기 위해, Reidemeister 이동으로 바뀌지 않는 사영에서 대수구조로 가는 사상, 즉 **불변량**을 사용한다. 매듭이론 중의 많은 연구는, 특별한 매듭의 종류와 어떻게 매듭의 성질이 불변량으로 나타나는지 공부하는 것이다.

대표적인 이런 불변량은 **매듭다항식**이다. 모든 (유향)매듭과 고리가 자체의 다항식을 갖고, 다항식의 값을 모든 사영의 기준으로 계산할 수 있다. 다항식은 여러 가지가 있고, 1920년대에 Alexander가 소개한 것이 후, 1980년대 부터 Jones, HOMFLY, Kauffman 등 다양한 다항식이 발견되었다. 다항식 이외 **부호수**같은 정수에서 값을 갖는 불변량도 있다. (1950년대에 Conway가 Alexander 다항식의 재매개화된 동치형식을 발견하여, Alexander-Conway 다항식이라 부를 때도 있다.)

다음은 「연구 출판 활동」에 기재된 출판논문이나 게재승인논문을 참고하여 저자의 연구의 중요제목과 이들의 조합수학, 대수학, 정수론과의 관계를 설명한다.

### 1.1 Vassiliev 불변량

25년 전부터 Vassiliev의 연구로 **유한불변량**이나 Vassiliev 불변량이라 부르는 불변량의 종류가 연구되었다. 유한불변량의 (선형)공간이 차수로 주어진 filtration을 갖고 있다. 저자의 연구의 첫 성과는 차수  $D$ 의 Vassiliev 불변량의 차원의 상계를 개선한 것이다. 차수  $D$ 의 Vassiliev 불변량의 차수  $D-1$  이하의 불변량을 첨자된 공간이  $D$ 개의 현(弦)그림의 4T관계식으로 첨자된 공간에 동형이다. 저자는 특별한 성질의 현그림을 도입하고, 이 그림이 4T관계 까지  $D$ 개의 현그림의 공간을 생성하는 것을 증명하고, 그 현그림의 수를 위에 계산하여, 차원의 상계  $D!/1.1^D$ 를 얻었다 [St3]. (당시, 최저 상계가  $N_g$ 에 의한  $(D-2)!/2$ 이었다.) 다음에, Zagier [Za]가 그 현그림의 수의 생성함수가 Dedekind eta-함수에 관련된 "이상한" 등식에 나타나는 것을 발견하고, 그 수의 정확한 근사행동을 증명했으며, 상수 1.1을  $\pi^2/6$ 로 개선했다. 이 결과가 지금까지 가장 좋은 근사상계이다.

다음 성과는 주어진 유계차수 불변량을 갖고, 주어진 폴림수, 부호수, 4차원 종수 등, 특별한 성질을 갖는 매듭의 구성이다 [St19]. Conway/Alexander 다항식을 제외하고, 다항식의 유한개의 계수(만)에 따른 유한불변량이 존재하지 않는 것을 증명했다 [St64]. (Conway/Alexander 다항식의 계수가 유한불변량인 것이 잘 알려져 있다.)

### 1.2 Legendre 매듭

표준접촉 (3차원)공간에 매장된 매듭을 **Legendre 매듭**이라 부른다. 표준접촉공간의 Legendre 매듭은 Thurston-Bennequin 불변량과 Maslov 지수라 부르는 기본적인 Legendre 불변량을 갖고 있다. Legendre 매듭의 Thurston-Bennequin 불변량과 Maslov 지수를 Legendre 매듭의 기준에 있는 위상적인 매듭의 다항식 불변량의 차수와 관계있는 부등식이 있다. 다항식 불변량의 부등식의 응용으로서, Legendre 음의 매듭의 Legendre 불변량의 값의 경계를 나타냈다 [St15, St27]. 이 결과를 Kanda에 의한 음의 세잎 매듭의 최고 Thurston-Bennequin 불변량의 계산의 일반화로 생각할 수 있다.

### 1.3 Gauss 사영 공식

Fiedler와 Polyak-Viro는 Vassiliev 불변량을 명시적인 공식으로 정의하는 새로운 방법을 소개했다. 걸림수(linking number) 처럼, 이 공식에서 매듭 사영의 교점의 (조건에 의한) 특정한 짝(tuple) 상에서 짝에 포함된 교점의 감김수(writhe)의 함수의 값을 더한다. 이런 공식은, 모든 교점이 양의 교점인 표를 갖는 **양의 매듭**의 연구에 도움이 된다. (유향매듭의 사영의 교점을 기호가 +1인 양의 교점과 기호가 -1인 음의 교점으로 구별할 수 있다.) 양의 매듭과 고리는, 매듭이론 자체적인 관심은 물론, 특이점이론, 대수곡선, 동역학계, (더욱 정확하게 밝힐 관계로) 4차원 양자장이론에서도 연구된다. Fiedler와 Polyak-Viro의 공식을 사용해서, 양의 매듭의 Vassiliev 불변량의 값 사이에 있는 부등식을 발견하고 [St12], 거의양의 매듭에 대한 일반화를 찾았다 [St15].

### 1.4 기본적인 Seifert 곡면

모든 유향매듭과 고리가 이것을 경계로 갖는 컴팩트한 (경계의 방향이 곡면방향에서 얻어지는 방향과 일치하도록) 방향화된 곡면을 갖고있고, 이런 곡면은 처음 Seifert가 구성하였으므로, 매듭과 고리의 **Seifert 곡면**이라고 한다. Seifert가 매듭의 임의의 사영을 기준으로 이런 곡면을 구성하는 알고리즘을 소개하고, 이 알고리즘으로 얻는 Seifert 곡면을 **기본적 Seifert 곡면**이라고 한다. 매듭의 **종수**는, Seifert 곡면의 최저종수를 부른다. 이 경우에는 사영에서 원래한 곡면에 제한하지 않는다. 기본적 Seifert 곡면의 최저종수를 **기본종수**라 부른다. 분명하게, 기본종수가 종수 이상이고, 부일치가 성립하는 매듭도 있지만, 교대매듭, 양의 매듭이나 좋은 매듭의 종류에 대해서는, 기본종수와 종수가 일치한다. 거의양의 매듭에 대해서는, [St45]에서 연구하였다.

같은 종수의 곡면을 얻는 모든 매듭사영의 집합이 "생성열"의 구성을 허용한다. 이의 첫 결론 중에는, 주어진 고정인 종수의 교대매듭의 수가 교점의 수에 대해서, 다항식적으로 증하는 것이다 [SV, St17].

이 연구가 많은 응용으로 확대있는데, 이들은 책 [St87]에서 설명된다. 기본적으로 이 책은 연구단행본이지만, 전문가보다 훨씬더 낮은 수준으로도 접근할 수 있다. 이 책은 일반수준의 입문으로 시작하고, 그 다음, 종수 4의 생성열의 셈과 그의 응용 등 증명이 있는 성과를 소개하고, 관련연구의 향후 방향의 설명으로 마친다. 수 많은 다른 논문이 이 제목에 관련된 연구를 포함한다. 예를 들어, 일치성(concordance)에의 응용은, [St68]에 나타나있다.

### 1.5 비자명 Jones 다항식 문제

1985년에 Jones는 Jones 다항식이라 부르는 다항식불변량을 발견하고, 이 다항식이 자명매듭과 다른 모든 매듭을 구별할 수 있는지, 질문하였다. 2개이상의 성분의 고리에 대한 부정적인 답에 불구하고, 매듭에 대한 Jones의 원래 질문은 아직 해결되지 않았다. 교대매듭과 양의매듭 등을 포함하는 Lickorish-Thistlethwaite에 의 정의된 준적정(準適正, semiadequate) 고리에 대해서, 자명하지 않은 Jones 다항식을 갖는 것을 해명했다. Montesinos고리도 준적정이고, 같은 것을 3가닥의 닫힌 땅입에 대해서도 증명하므로, 비자명결과를 그의 같은 매듭들에 대해서도 응용할 수 있다 ([St56, St60] 참고하라).

### 1.6 변이와 채색 Jones 다항식

Lie 대수  $sl_2$ 의 기약표현으로 얻는 양자불변량을 **채색 Jones 다항식**이라 부른다. 2차원의 정의표현은 전형적인 Jones 다항식을 나타낸다. 채워진 (동반) 원환체 (solid torus)에 놓이는 형고리 (pattern link)로 **위성고리**를 구성할 수 있고, 형고리의 경선원판 (meridional disk)과의 모든 교점의 방향이 같을 때, 위성고리를 케이블이라고 한다. 고리의 채색Jones 다항식을 그 고리의 케이블의 Jones 다항식으로 얻을 수 있다. 원환체 안의 동위를 고려한 형고리와 경선원판의 최소엇갈림수를 위성고리의 (기하적) **차수**, 차수  $n$ 의 케이블을  $n$ -케이블이라고 한다.

구면과 나개의이 있는 고리의 부분을 회전시키고, 재연결하는 **변이 (mutant)**의 구성이 있다. 변이의 특징은 불변량으로 구별하기 어렵다. 특히, 변이의 쌍곡부피, 2-케이블의 HOMFLY, Kauffman다항식과 채색 Jones 다항식이 다 일치하는 것이 잘 알려져있다. Toshifumi Tanaka [ST]과 공동연구에 의해서, 다항식 불변량과 쌍곡부피가 일치하고, 2-케이블과 채색 Jones 다항식이 일치하거나, 일치하지 않는 매듭의 예를 얻었다. 특히, Przytycki의 질문에 대답하면서, 채색 Jones 다항식이 일치하고 변이가 아닌 쌍곡매듭의 무한개의 쌍을 구성했다.

## 1.7 3가닥의 땅임의 닫힘

Alexander의 정리에 따라, 모든 매듭과 고리를 땅임의 **닫힘**으로 나타낼 수있다. 땅임의 접근은 Jones 다항식의 발견될 때부터, 양자 불변량의 정의 등을 위해서도 사용되고, 중요해 졌다.

땅임군 안에 Artin생성원의 곱으로 나타나는 땅임을 **양의 땅임(positive braid)**, Artin생성원의 공역인 원소의 곱으로 나타나는 땅임을 **준양의 땅임(quasipositive braid)** 이라, 매장된 띠의 곱으로 나타나는 땅임을 **강준양의 땅임 (strongly quasipositive braid)**이라고 한다. (강)준양의땅임의 닫힘을 (강)준양의 매듭과 고리라고 한다. 이 정의는 Rudolph의 특이점이론의 연구에서 유래한다. 양의 땅임의 닫힘으로 나타나는 고리가 양의 고리지만, 역은 틀린 것이어서, 양의 땅임의 닫힘으로 나타나는 고리를 **양의땅임고리 (braid positive link)**이라 한다.

3가닥의 땅임의 닫힘 중에 교대고리 [St40], 양의 땅임고리, 강준양의 고리를 구분하였다. 그 고리 중에 (0이 아닌) 주어진 Alexander 다항식을 실현하는 고리는 유한개인 것을 증명하고, 그 고리를 효과적으로 구할 수 있는 방법을 설명했다. M. Hirasawa 와 M. Ishiwata 와의 공동연구로 3가닥 땅임고리가 유일한 압축불가능 Seifert곡면 (따라서, 최소중수곡면도)을 갖는다는 것을 증명했다 [St88, 부록].

## 1.8 Alexander다항식의 근과 Hoste예상

(음의 차수항도 포함하는) Alexander다항식은 Laurent다항식의 환에서 값을 갖는 3차공간 안의 매듭과 고리의 기본적인 (Laurent)다항식불변량이다. 1950년대 부터, Alexander다항식의 위상적인 의미의 이해로 다항식이 (임의의) 매듭이나 고리 상에서 갖는 값 (즉, Laurent다항식환 内の 치역)을 완전히 결정할 수 있었다. 교대매듭이 특별한 성질을 가지므로 일반적으로 임의의 매듭 보다 훨씬 더 잘 이해할 수 있음 데도, 불구하고 교대매듭에 대해서 나타나는 Alexander다항식의 집합을 완전히 설명하기는 어렵다. 컴퓨터 계산의 결과로 Hoste는 15년전에 교대매듭의 Alexander다항식의 모든 복소근  $z$ 가  $\Re z > -1$ 을 만족한다는 예상을 제안했다. 논문 [St73]에서, Hoste예상에 대해서, 3가닥의 땅임의 매듭, Montesinos 매듭, 유리 (2교)매듭에 대한 결과를 얻었다. Hoste예상과 다른 관련된 (교대매듭의 Alexander다항식의 성질을 관찰하는) 예상의 독립성에 대해서는, [St74] 에서 연구 하였다.

## 1.9 매듭의 표

매듭의 사영의 최소 교점의 수를 이 매듭의 **엇갈림수**라고 한다. 매듭이론이 약 120년전에 시작 할 때부터, Tait, Little, Kirkman가 같은 엇갈림수의 매듭의 표를 작성했다. 이 표의 목적은 주어진 엇갈림수를 갖는 매듭 사영들이 각 이 엇갈림수의 매듭을 딱 한번 (즉, 탈락도 중복도 없이) 나타내는 것이다. 이를 위해 주어진 엇갈림수의 사영 전체 중에 Reidemeister이동으로 얻을 수 있는 것들과 불변량으로 구별할 수 있는 것들을 완전히 결정 해야 한다. 엇갈림수에 대해서, 매듭의 수가 급속히 증가하는데 ([St39]), 현재 Hoste, Thistlethwaite와 Weeks에 의해서 컴퓨터 계산에 의해 얻은 표는 엇갈림수 16~17까지 이다. 수작업으로 어렵게 접근할 수 있는 문제에 대해서, 컴퓨터로 표를 조사하며 예와 반례를 찾는 것도 저의 연구의 주제이다 ([St33]등 참고).

## 1.10 기타

폴림수 [St22], 정수론적인 매듭 불변량의 성질 [St23, St24], 매듭 다항식 [St43], 고리의 썸 문제 [SV, St53], 보편(普遍)동치 고리 [St76, St77, St78] 등에 관련 연구도 진행하였다.

## 2 향후 연구

증가하는 교육부담으로 연구를 진행하는 것이 어려워지는 것은, 제가 역전시키는 방법을 찾는 경향이다. 향후연구는, 과거에 관심이 있었던 문제들의 목록에서 선택한다. 문제의 선택은 고정된 것은 아니고, 다른 수학자와의 공동연구에 따라서, 결정할 수도 있다. 하지만 다음의 연구 주제들은 향후 연구의 중요 목적을 분명하게 나타낸다. 주제에 대해서, 간결하며 기대되는 연구의 성과를 설명한다.

### 2.1 쌍곡 부피

조합수학적으로 정의된 매듭의 불변량과 쌍곡 부피 사이에 관계가 나타나는 경우가 있다. 그 중에 중요한 하나는, 주로 H. Murakami로 보급된 채색 Jones 다항식의 값이 쌍곡 부피(쌍곡이 아닌 매듭의 경우, Gromov 길이)로 수렴한다는 Kashaev의 **부피예상**이다.

다른 하나의 관계는 Brittenham가 관찰한, 종수로 이루어진 쌍곡 부피의 경계이다. Lackenby-Agol-Thurston에 의해, 꼬임수 (twist number)란 불변량을 포함하는 부등식을 사용해서, Brittenham의 경계를 개선할 수 있다. 이경계는 교대매듭의 쌍곡 부피가 그의 행렬식의 로그를 1차로 접근한다는 Dunfield의 예상과도 관련이 된다. 현재, 이런 부등식을 얻거나 개선하는 것에 관심을 갖고 있다.

### 2.2 삼가그래프와 종수에 따른 매듭의 썸

각 꼭지점이 딱 세개의 꼭지점에 연결된 그래프를 삼가(三價, Trivalent) 그래프라 부른다. 앞에서 소개한 현그림이 4T관계식으로 연관된 공간을 이러한 그래프로도 설명할 수 있으므로 삼가그래프는 유한불변량의 이론에서도 역할이 있다. 차수  $D$ 의 Vassiliev 불변량의 차수  $D-1$ 이하의 불변량과 연관된 공간을 IHX 이란 관계식과 연관된 삼가그래프의 쌍대공간으로 생각할 수 있다. 유한불변량이 이공간의 중계(重系, weight system)란 원소에 대응한다. 따라서, Lie 대수로 정의할 수 있는 유한불변량을 그의 Lie 대수적 중계로 인식할 수 있다. 전형적인 Lie 대수의 경우, Lie대수중계의 구성은 잘 알려져있다. 삼가그래프의  $sl_N$ 중계를 그 그래프의 가향 확장곡면의 경계성분수  $k$ 에 대한 항  $N^k$ 의 합으로 계산할 수 있다. 보통은, 이 중계를  $N$ 의 함수로 여기고, 이대로 주어진 삼가그래프의  $sl_N$ 중계가  $N$ 의 다항함수, 즉  $sl_N$ 다항식이 된다. 이 다항식이 Brittenham의 경계와도 관련된다.

주어진 기본종수의 매듭의 최대 쌍곡 부피를 삼가그래프  $G$ 에 관련된 고리  $L_G$ 의 쌍곡 부피로 나타낼 수 있다. 따라서, 삼가그래프의  $sl_N$ 중계, 고정 기본종수의 매듭의 최대 쌍곡 부피, 그 매듭의 엇갈림수에 따른 썸, 그리고 공동연구자 A. Vdovina에 의한 가향 곡면의 1꼭지점 삼각화의 썸이 모두 관련된다. Bacher-Vdovina의 연구에 따라, Euler표수  $-2$  이하의 삼가 그래프의  $sl_N$ 중계의 1차항이 사라진다. 주어진 종수와 엇갈림수의 교대매듭의 수의 점근적 행동에도 값을 얻을 수 있다.

### 2.3 종수 부피 예상

삼가 그래프의 가향 확장곡면을 주어진 고정된 Euler표수의 교대고리의 썸에서도 사용한다. 따라서,  $sl_N$  중계와 관계가 밝혀졌다. 한편, 삼가 그래프  $G$ 에 대한 고리  $L_G$ 의 쌍곡 부피를 그 교대고리의 최대 부피를 계산할 때 사용한다. 따라서, 수 많은 삼가 그래프  $G$ 의  $sl_N$ 중계와  $L_G$ 의 쌍곡 부피를 컴퓨터를 이용하여, 계산하였다. 이 계산의 결과,  $sl_N$ 중계가 일치할 때마다,  $L_G$ 의 쌍곡 부피도 (거의) 일치한다. 논문 [St75]과 책



[St87]에 짧게 이 현상을 설명하였다. Kashaev의 부피예상 이외, 삼가그래프의 공간 상에 작동하는 Vogel의 대수와 Bar-Natan판(版)의 4색정리 (4-Color-Theorem)와도 관계가 있다. 이 관계는 현재 연구주제 중 하나이다.

## 2.4 비자명 Jones 다항식 문제 및 양손잡이매듭

자신을 거울상에 일치시킬 수 있는 매듭을 **양손잡이**(achiral)라 부른다. 8자매듭은 이런 성질을 갖는다. 한편, 세잎매듭은 이런 매듭이 아니므로, 양의 세잎과 음의 세잎이란 두 거울상을 구별해야 한다. Tait가 매듭의 목록을 작성할 때부터, 양손잡이 매듭의 엇갈림수가 항상 짝수임이 밝혀졌다. Jones 다항식의 사용하여 Kauffman-Murasugi-Thistlethwaite는 이 사실을 교대매듭에 대해서 증명하고, Hoste, Thistlethwaite와 Weeks의 연구로 임의의 매듭에 대해서 엇갈림수 14까지도 확인할 수 있지만, Thistlethwaite는 결국 엇갈림수 15의 양손잡이매듭을 발견 했다.

이 예의 일반화로서, 모든 15 이상의 홀수인 경우, 이 엇갈림수의 양손잡이매듭을 구성하는 것이 저의 연구주제이다. 이를 위해 Jones 다항식을 사용하며, 자명하지 않은 Jones 다항식의 성질을 수지상(樹枝狀, arborescent)매듭에서의 일반화를 찾고 있다. 이 주제에 대해서, 소개논문 [St60]에서 다루었다.

## 2.5 땅임

Alexander의 정리에 따라, 모든 매듭과 고리를 땅임의 닫힘으로 나타낼 수 있다. 닫힘이 주어진 매듭이 되는 땅임을 이 매듭의 **땅임표시**라 부른다. 주어진 매듭의 땅임표시의 최소 가닥의 수를 이 매듭의 **땅임지수**라고 한다.

연구의 중요점 중 하나는, 주어진 매듭에 대해서, 특별한 성질을 갖는 땅임표시 중에 이 성질을 갖는 최소 가닥의 수(즉, 땅임지수)의 땅임이 있는 것을 확인하는 것이다. 예를 들어, 양의 땅임표시의 경우에는, 땅임지수 3에 대해서 옳지만 [St88], 땅임지수 4에 대해서 틀린다 [St36].

강준양의 땅임표시의 경우에는, 땅임지수 3에 대해서는 옳지만 [St88], 일반적으로는 알 수가 없다. 땅임을 매듭 띠의 곱으로 나타낼 때, 이 땅임의 닫힘고리의 Seifert곡면을 얻는다. 실제로 Rudolph의 결과에 따라, 모든 Seifert곡면이 이러한 모양으로 나타난다. 강준양의 땅임표시의 경우에는, 모든 띠가 양의 띠(positive band)이고, Seifert곡면이 최소종수의 (즉, 닫힘고리의 종수를 실현하는) 것이다. Hirasawa [HS]와 얻은 예에 따라, 주어진 고리의 최소종수의 Seifert곡면을 나타내는 매장된 띠의 땅임표시 (minimal genus band representations)가 최소가닥수 (즉, 그 고리의 땅임지수)의 땅임 중에 존재하지 않을 수도 있다. 그렇지만, 그 예는 띠나 양의 띠가 아니다.

Markov의 정리에 따라, 같은 닫힘의 두 땅임을 2가지의 이동으로 접칠 수 있다. 첫째는 땅임군 안의 공액이고, 둘째를 **안정화**(역의 이동을 불안정화)라고 한다. 따라서, 주어진 가닥의 수의 땅임군 안에서, 닫힘이 주어진 매듭이 되는 땅임을 공액류로 나눌 수 있다. Birman-Menasco는 **교환이동**(exchange move)이란, 닫힘과 땅임가닥수를 바꾸지 않는 이동을 소개하고, 광범위하게 연구하였다.

R. Shinjo와 공동연구로 일반적인 조건으로 교환이동이 서로 공액이 아닌 무한한 땅임을 얻는 방법을 증명하는 중이다.

## 2.6 매듭의 불변량의 정수론적인 성질

원래 정수론에 관심을 갖고 있기 때문에, 매듭의 불변량이 정수론적인 성질을 나타내는 경우가 관심이 있다. 폴립수 1의 양손잡이 매듭의 행렬식이란 불변량 (Alexander 다항식에  $t = -1$  대입하여 나오는 정수)은 두 제곱의 합이다. 그 정수 중에 어떤 것을 어떤 조건으로 실현할 수 있는지가 이런 문제의 예다.

## 2.7 기타 연구 주제

다른 연구 주제로는,

- Gauss합 불변량으로 나타나는 양의 매듭의 유한불변량의 부등식을 개선하는 것, (하나의 사영이 아닌) 사영들의 열을 입력하여 Fiedler의 원환체의 지표Gauss합 불변량 (character Gauss sum invariants)을 계산하는 것,
- Hoste예상의 2교각고리, 3가닥 땅임 고리 등에 대한 증명,
- 보편동치 고리의 분류의 예상이다. (두 성분에 대해서는 [St78], 3가닥의 땅임 고리에 대해서는 [St77]에서 증명. 세 성분의 경우도 증명할 수 있어 보인다.)
- Montesinos고리 의 5이동 동치의 동치류를 완전하게 분류하는 것을 시도하고 있다. 이 이동은 Burnside군과 quandle으로 연구할 수 있는 것이다.